Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
PD Dr. Sven Kosub / Dr. Maciej Gratkowski

8. Übungsblatt

Ausgabe: 06.05.2013 **Abgabe:** 14.06.2013, bis spätestens 08:00 per Mail an den Tutor

Aufgabe 1: Primitiv-rekursive Funktionen — 10 Punkte

Zeigen Sie, dass die die folgenden Funktionen primitiv-rekursiv sind:

(a) $\max : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$

(b) $\min : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$

(c) $\mathrm{geq} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} : (x, y) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq y \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(d) $\mathrm{eq} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} : (x, y) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x = y \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(e) $\mathrm{fib} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

Aufgabe 2: Primitiv-rekursive Funktionen — 10 Punkte

Zeigen Sie: Ist $g : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$ primitiv-rekursiv, so sind auch die wie folgt definierten Funktionen primitiv-rekursiv:

(a) $f_1 : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N} : (x_1, \ldots, x_n, y) \mapsto \|\{\ z \mid z \leq y \text{ und } g(x_1, \ldots, x_n, z) = 0\ \}\|$

(b) $f_2 : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N} : (x_1, \ldots, x_n, y) \mapsto \sum_{z=0}^{y} g(x_1, \ldots, x_n, z)$

Aufgabe 3: Primitiv-rekursive Funktionen — 10 Punkte

Zeigen Sie, dass folgende, Ihnen bereits bekannte Funktionen primitiv-rekursiv sind:

(a) $\mathrm{prim} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

(b) $\mathrm{prex} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst (und in dieser Reihenfolge), dass die Hilfsfunktionen mod, teil (siehe RIES-Programm zur Berechnnung von prim) sowie die Funktionen

$$\mathrm{istprim} : \mathbb{N} \to \mathbb{N} : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x \text{ eine Primzahl ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathrm{pranz} : \mathbb{N} \to \mathbb{N} : x \mapsto \text{Anzahl der Primzahlen, die nicht größer als } x \text{ sind}$$

primitiv-rekursiv sind.