

8. Übungsblatt

Ausgabe: 04.07.2008 **Abgabe:** 11.07.2008, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: Asymptotik von Funktionen

15 Punkte

Sind folgende Aussagen richtig oder falsch:

- (a) $10^{86} \cdot n \in O(3 + 5 \cdot \log_2 3^n)$
- (b) $n^3 \in \Omega(n^2)$
- (c) $2n \in o(3n)$
- (d) $\log_2 \log_2 n \in \omega(\log_2 n)$
- (e) $1 + \frac{1}{n} \in \Theta(2)$

Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 2: Induktionsprinzip

15 Punkte

Auf den natürlichen Zahlen sei die zweistellige Funktion $\text{mult} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ als

$$\text{mult}(x, y) =_{\text{def}} x \cdot y$$

für alle $x, y \in \mathbb{N}$ definiert.

Bestimmen Sie für den algebraischen Hüllenoperator $\Gamma_{\text{mult}} : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ die Bilder (d.h. $\Gamma_{\text{mult}}(A)$ für $A \subseteq \mathbb{N}$) für folgende Mengen:

- (a) \emptyset
- (b) $\{1\}$
- (c) $\{2\}$
- (d) $\{1, 2\}$
- (e) $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } n \text{ ist eine Primzahl}\}$

Hinweis: Eine Primzahl ist eine Zahl, die nur durch sich selbst oder durch 1 teilbar ist. Wir vereinbaren, dass die Zahl 1 auch eine Primzahl ist.