Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
PD Dr. Sven Kosub / Dr. Maciej Gratkowski

Theoretische Grundlagen der Informatik
Sommersemester 2013

12. und letztes Übungsblatt

Ausgabe: 04.07.2013 **Abgabe:** 12.07.2013, bis spätestens 08:00 per Mail an den Tutor

Aufgabe 1: Die Klasse NP — 10 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass für eine Menge A genau dann $A \in \mathbf{NP}$ gilt, wenn es eine Polynom p und eine Menge $B \in \mathbf{P}$ gibt mit

$$x \in A \iff (\exists y)[|y| = p(|x|) \wedge (x, y) \in B]$$

Beachtung: In der Definition von **NP** wird $|y| \leq p(|x|)$ gefordert.

(b) Zeigen Sie, dass **NP** abgeschlossen ist unter

  i. Vereinigung und

  ii. Durchschnitt.

Aufgabe 2: Nichtdeterministisches RIES — 10 Punkte

Geben Sie nichtdeterministische RIES-Programme an, um die folgenden Probleme in Polynomialzeit zu akzeptieren:

(a) k-Colorability für $k \geq 3$

(b) Hamilton Cycle

Aufgabe 3: Reduktionen — 10 Punkte

(a) Wir definieren das folgende Problem:

Partition

$$=_{\text{def}} \{\ (a_1, \ldots, a_n) \mid n, a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N} \text{ und es gibt eine Menge } I \subseteq \{1, \ldots, n\} \text{ mit } \textstyle\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i\ \}$$

Zeigen Sie, dass Sum of Subsets $\equiv_m^p$ Partition gilt.

(b) Das Problem der Handlungsreisenden (*travelling salesperson*) besteht in Folgendem: Gegeben sind die Orte $1, 2, \ldots, n$, die eine Handlungsreisende besuchen muss. Mit $M(i, j)$ seien die Kosten bezeichnet, die bei einer Fahrt von Ort i nach Ort j entstehen, $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Die Frage ist nun, ob es eine Rundreise durch alle Orte gibt, die die Gesamtkosten von k nicht übersteigt.

Formal definieren wir:

TRAVELLING SALESPERSON

$$=_{\text{def}} \{\ (n, M, k) \mid n, k \in \mathbb{N},\ M : \{1, \ldots, n\}^2 \to \mathbb{N} \text{ und es gibt eine Permutation } \pi \text{ von } \{1, \ldots, n\} \text{ mit } \sum_{i=1}^{n-1} M(\pi(i), \pi(i+1)) + M(\pi(n), \pi(1)) \leq k\ \}$$

Zeigen Sie, dass HAMILTON CYCLE $\leq_m^p$ TRAVELLING SALESPERSON gilt.