Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
PD Dr. Sven Kosub / Dr. Maciej Gratkowski

3. Übungsblatt

Ausgabe: 02.05.2013 **Abgabe:** 10.05.2013, bis spätestens 08:00 per Mail an den Tutor

Erarbeiten Sie sich bis zur nächsten Vorlesung am Mittwoch, 08.05.2013, das Kapitel 2.1 „Die Programmiersprache RIES" im Skriptum *Theoretische Grundlagen der Informatik* (Version v0.5 oder höher) (bzw. die Abschnitte 2.2.1 und 2.2.2 im Buch *Theoretische Informatik: Eine kompakte Einführung* von Klaus W. Wagner). Konsultieren Sie auch die Web-Seite

`http://theoretische.informatik.uni-wuerzburg.de/en/sonstiges/ries/`,

bevor Sie Ihre RIES-Programme für die beiden ersten Aufgaben abgeben.

Es werden nur Programme akzeptiert, die durch den dort angegebenen Interpreter laufen.

Aufgabe 1: Programmierung mit RIES — 10 Punkte

Geben Sie ein RIES-Programm an, das die durch

$$\mathrm{prex}(x, y) =_{\mathrm{def}} \text{die größte Zahl } z\text{, für die } \mathrm{prim}(y)^z \text{ ein Teiler von } x \text{ ist}$$

definierte Funktion prex berechnet.

Hinweis: Verwenden Sie dazu die im zweiten Beispiel in Kapitel 2.1 des Skriptums deklarierten Funktionen.

Aufgabe 2: RIES-Berechenbarkeit — 10 Punkte

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen RIES-berechenbar sind:

(a) $\mathrm{lg} : \mathbb{N} \to \mathbb{N} : x \mapsto |\mathrm{dya}(x)|$

(b) $\mathrm{ziff} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} : (x, i) \mapsto \begin{cases} i\text{-te Ziffer (von links) von } \mathrm{dya}(x), & \text{falls } 1 \leq i \leq \mathrm{lg}(x) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Aufgabe 3: Busy Beaver für RAMs — 10 Punkte

Wir betrachten ausschließlich RAMs, bei denen der arithmetische Befehl $\mathtt{R}i \leftarrow k$ nur mit $k \in \{0, 1\}$ zugelassen ist. Alle anderen Befehle sind ohne Einschränkung möglich.

Weiterhin interessieren wir uns für den maximalen Registerinhalt $\langle\mathtt{R0}\rangle$, den eine solche RAM mit n Befehlen erzeugen kann, wenn sie ausgehend von einer Startkonfiguration, in der alle Registerinhalte 0 sind, nach endlich vielen Schritten stoppt. Formal definieren wir die *Busy-Beaver*-Funktion $\mathrm{bb} : \mathbb{N}_+ \to \mathbb{N}$ wie folgt:

$$\mathrm{bb}(n) =_{\mathrm{def}} \max\{\ \langle\mathtt{R0}\rangle \ \mid \ \text{es gibt eine RAM } M \text{ mit } n \text{ Befehlen, die auf } \langle\mathtt{BR}\rangle = 0 \text{ und } \langle\mathtt{R}i\rangle = 0 \text{ für alle } i \in \mathbb{N} \text{ startend nach endlich vielen Takten stoppt}\ \}$$

Beispielsweise gilt $\mathrm{bb}(1) = 1$, $\mathrm{bb}(2) = 2$ und $\mathrm{bb}(n) \geq 2^{n-1}$.

Finden Sie ein möglichst kleines $n \in \mathbb{N}_+$ mit $\mathrm{bb}(n) > 2^{n-1}$. Geben Sie eine RAM an, die dies beweist.

Hinweis: Es genügt eine RAM zu konstruieren, die einen beliebigen Registerinhalt $\langle \texttt{R0} \rangle > 2^{n-1}$ erzeugt und stoppt.