Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
PD Dr. Sven Kosub / Dr. Maciej Gratkowski

Theoretische Grundlagen der Informatik
Sommersemester 2013

9. Übungsblatt

Ausgabe: 13.06.2013 **Abgabe:** 21.06.2013, bis spätestens 08:00 per Mail an den Tutor

Aufgabe 1: Partiell-rekursive Funktionen — 10 Punkte

(a) Zeigen Sie folgende Aussage: Sind $g : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$ und $h : \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$ primitiv-rekursiv und gilt für die Funktion $f =_{\text{def}} \text{MIN}(g)$ stets $f(x_1, \ldots, x_n) \leq h(x_1, \ldots, x_n)$, so ist f primitiv-rekursiv.

(b) Welche Funktion ist $\text{MIN}(\text{SIM}_2(\text{md}, \text{I}_1^2, \text{SUB}(\text{PR}(\text{C}_0^0, \text{SIM}_2(\text{md}, \text{I}_1^2, \text{I}_2^2)), \text{sum})))$?

Aufgabe 2: Kodierung — 10 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion $c : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} : (x, y) \mapsto 2^x \cdot (2y + 1) - 1$ bijektiv ist.

(b) Unter Verwendung der in Teilaufgabe (a) betrachteten Funktion c definieren wir induktiv eine Folge $c^1, c^2, c^3, c^4, \ldots$ von Funktionen wie folgt:

$$\begin{aligned} c^1 &: \mathbb{N} \to \mathbb{N} : x_1 \mapsto x_1 \\ c^n &: \mathbb{N}^n \to \mathbb{N} : (x_1, \ldots, x_n) \mapsto c\left(x_1, c^{n-1}(x_2, \ldots, x_n)\right) \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}_+$ die Funktion c^n bijektiv ist.

Aufgabe 3: Aufzählbarkeit — 10 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen aufzählbar sind:

(a) $\{\ n \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\} \wedge (\exists a; a \geq 1)(\exists b; b \geq 1)(\exists c; c \geq 1)[a^n + b^n = c^n]\ \}$

(b) $\{\ n \mid n \in \mathbb{N}$ und es gibt Primzahlen p, q mit $n = p - q\ \}$