

## 8. Übungsblatt

**Ausgabe:** 11.12.2009    **Abgabe:** 18.12.2009, als PDF-Datei beim Tutor

*Für die 2. und die 3. Aufgabe benötigen Sie Inhalte, die erst in der Vorlesung am 16.12.2009 besprochen werden. Ich habe aber für Sie bereits die Folien für diese Vorlesung online gestellt, sodass Sie die Aufgaben dennoch schon bearbeiten können.*

### Aufgabe 1: Algorithmen

**10 Punkte**

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der nur mit Hilfe der Addition zwei positive natürliche Zahlen multipliziert. Benutzen Sie dazu, dass gilt:

$$x \cdot y = \underbrace{x + x + \dots + x}_{y\text{-mal}}$$

Wie viele Additionen muss Ihr Algorithmus höchstens für zwei beliebige Eingaben  $x$  und  $y$  ausführen?

### Aufgabe 2: Flussdiagramme

**10 Punkte**

Geben Sie eine strukturiert-iterative Darstellung des rekursiven Euklidischen Algorithmus als Flussdiagramm an. Stellen Sie dabei den Algorithmus zur Berechnung der mod-Funktion mit in dem Flussdiagramm dar.

### Aufgabe 3: Terminierung

**10 Punkte**

Für den rekursiven Euklidischen Algorithmus aus der Vorlesung definieren wir, dass eine Eingabe  $(a, b)$  einfacher als eine Eingabe  $(a', b')$  ist, symbolisch als  $(a, b) \prec (a', b')$  geschrieben, falls mindestens eine der folgende Bedingungen erfüllt ist:

- (i)  $a + b < a' + b'$
- (ii)  $a + b = a' + b'$  und  $a > a'$

Als Eingaben  $a$  und  $b$  kommen nur die natürlichen Zahlen  $\{0, 1, 2, \dots\}$  in Betracht.

- a) Geben Sie alle Eingaben, die einfacher als die Eingabe  $(6, 4)$  sind, absteigend geordnet nach ihrer Einfachheit an.
- b) Wie viele Eingaben gibt es höchstens, die einfacher als die Eingabe  $(a, b)$  sind? Drücken Sie ihre Abschätzung in Abhängigkeit von  $a$  und  $b$  aus.